

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации



ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский горный университет»



Кафедра информатики и компьютерных технологий.

Отчет по расчетно-графической работе.

По дисциплине: Введение в информационные технологии
(наименование учебной дисциплины согласно учебному плану)

Тема: Исследование функции одной переменной

—

Выполнил: студент гр. ГГ-22-2 _____ /Викулина А.А./
(подпись) (Ф.И.О.)

Дата:

Проверил: _____ /_____/
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург

2023 г.

Аннотация

РГЗ состоит из 3 заданий:

- 1) “Исследование функций с помощью первой производной”
- 2) “Выпуклость и вогнутость функций”
- 3) “Асимптоты графика функции ”

Решение задач выполнено в математическом пакете Mathcad.

Отчет состоит из 12 страниц, содержит 12 рисунков; библиографический список состоит из трех наименований.

Abstract

The RGZ consists of 3 assignments:

- 1) "Investigation of functions using the first derivative"
- 2) "Convexity and concavity of functions".
- 3) "Asymptotes of the graph of a function".

The solution of the problems is made in the Mathcad mathematical package.

The report consists of 12 pages, contains 12 figures, the bibliography list consists of three titles.

Оглавление

1. Исследование функций с помощью первой производной.....	4
2. Выпуклость и вогнутость функций.....	6
3. Асимптоты графика функции.....	7
Заключение.....	10
Биографический список.....	11

1. Исследование функций с помощью первой производной.

Постановка задачи:

Построить график функции с помощью производной первого порядка.

$$6. y = \frac{-6\sqrt[3]{6(x+3)^2}}{x^2 + 10x + 33}.$$

Решение:

$$f(x) := \frac{-6\sqrt[3]{6(x+3)^2}}{x^2 + 10x + 33}$$

Для функции найдем производную первого порядка:

$$p(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

$$p(x) \rightarrow \frac{6 \cdot \sqrt[3]{6 \cdot (x+3)^2} \cdot (2 \cdot x + 10)}{(x^2 + 10 \cdot x + 33)^2} - \frac{\sqrt[3]{6 \cdot (x+3)^2} \cdot (12 \cdot x + 36)}{3 \cdot (x+3)^2 \cdot (x^2 + 10 \cdot x + 33)}, \quad x \text{ принадлежит } R.$$

Критическая точка, при которой $p(x)=0$ (рис. 1).

Given	$p(x) = 0$
Find(x)	$\rightarrow (-1 \quad -6)$

Рисунок.1. - Фрагмент листа Mathcad

Определяем, есть ли экстремумы среди точек -1 и -6 с помощью графика производной $p(x)$.

$$x := -10, -9.9..10$$

Построим график производной при помощи Панели инструментов “График” (рис. 2).

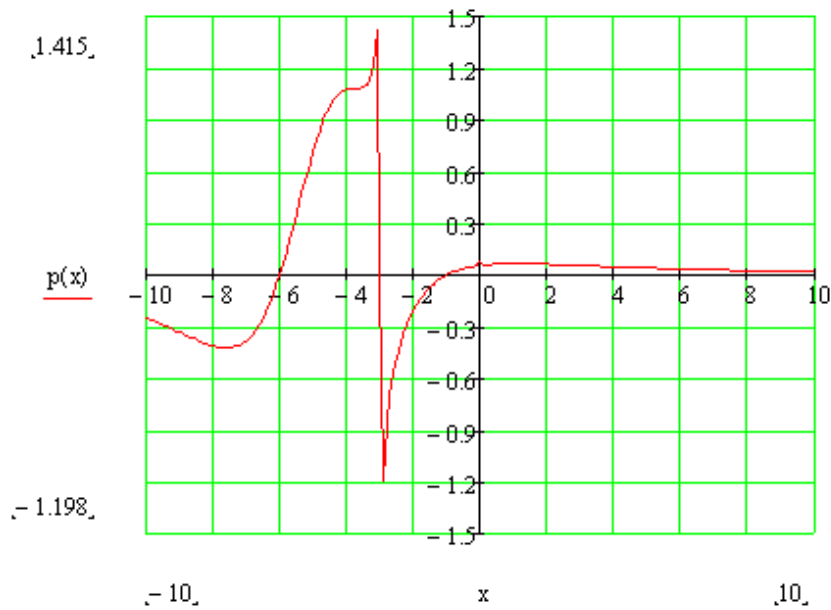


Рисунок.2. - Фрагмент листа Mathcad

При переходе через точку $x=-1$ производная y' меняет знак с "-" на "+" значит, $x=-1$ точка минимума функции.

При переходе через точку $x=-3$ производная y' меняет знак с "+" на "-" значит, $x=-3$ точка минимума функции.

Функция убывает на промежутках $(-\infty, -6)$ и $[-3,-1)$, возрастает на промежутках $(-6,-3]$ и $(-1,+\infty)$.

Строим график функции $f(x)$, при помощи Панели инструментов “График” (рис. 3).

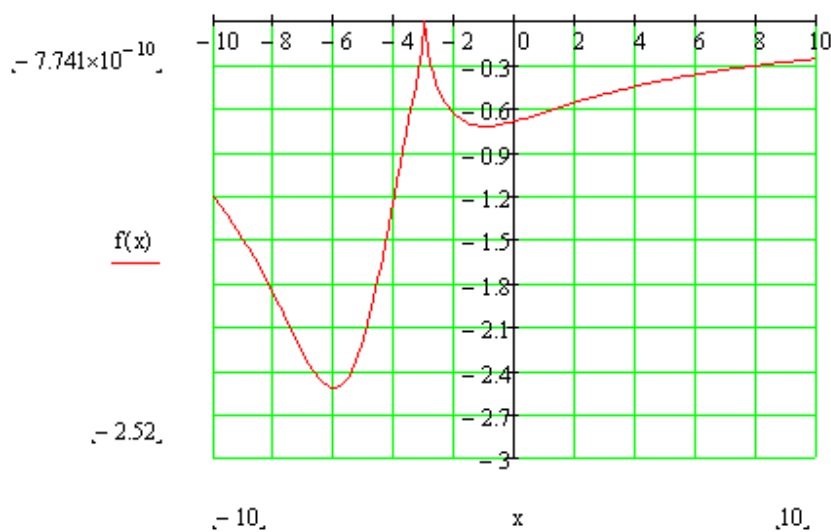


Рисунок.3. - Фрагмент листа Mathcad

2. Выпуклость и вогнутость функций.

Постановка задачи:

Построить график функции с помощью асимптот.

$$6. \quad y = \frac{x+1}{x^2+2x}.$$

Решение:

Найдем точки, "подозрительные на вертикальные асимптоты" (рис. 4).

$$f(x) := \frac{x+1}{x^2+2x}$$

```
Given
x^2 + 2x = 0
Find(x) -> (0 -2)

-----

lim_{x -> -2^-} (x+1)/(x^2+2x) -> -inf      lim_{x -> 0^+} (x+1)/(x^2+2x) -> inf
```

Рисунок.4. - Фрагмент листа Mathcad

Несимметричен относительно начала координат. Кривая наклонных асимптот не имеет.

$$f(x) := \frac{x+1}{x^2+2x}$$

$$k := \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \rightarrow 0 \quad b := \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + 0x) \rightarrow 0$$

Рисунок.5. - Фрагмент листа Mathcad

Нет наклонных асимптот (рис. 5).

Найдем точки пересечения с осью Ox (рис. 6).

```
Given
f(x) = 0

Find(x) -> -1 = -1
```

Рисунок.6. - Фрагмент листа Mathcad

Строим график нашей функции, при помощи Панели инструментов “График” (рис. 7).

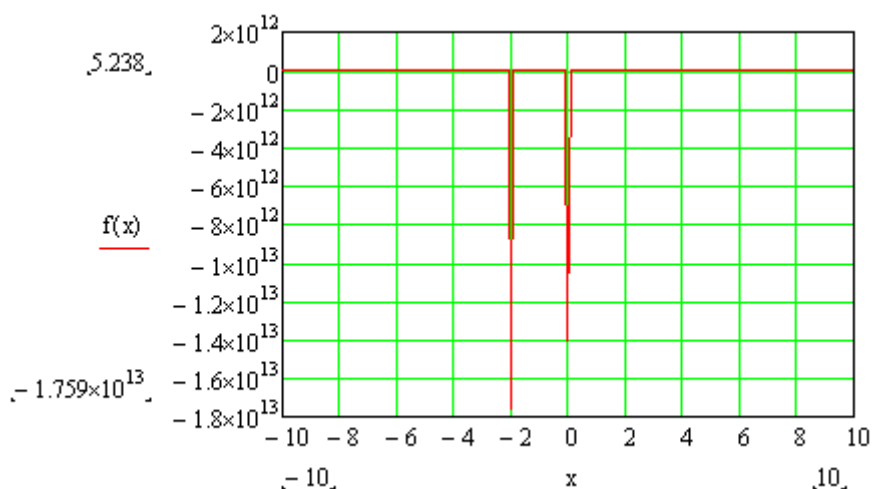


Рисунок.7. - Фрагмент листа Mathcad

3. Асимптоты графика функции.

Постановка задачи:

Провести полное исследование функции и построить ее график.

$$6. y = \sqrt{x(x+2)}.$$

$$f(x) := \sqrt{x(x+2)}$$

Решение:

. Схема исследования функции

1. Найти область определения функции, ее точки разрыва.
2. Найти точки пересечения с осями.
3. Выяснить является ли функция четной, нечетной или общего вида.
4. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции.
5. Найти интервалы выпуклости и вогнутости графика функции и точки перегиба.
6. Найти асимптоты графика функции.
7. На основании полученных результатов построить график функции.

Исследование выполним по предложенной схеме.

$$f(x) := \sqrt{x(x+2)}$$

Исследование представлено на (рис. 8, рис. 9).

1. Область определения функции $-2 \leq x \leq 0$

2. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат

Given

$$f(x) = 0$$

Find(x)

3. Проверим, является ли функция четной, нечетной или общего вида.

Так как $f(x)$ не равно $f(-x)$, то наша функция общего вида. Ни четная, ни нечетная.

4. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные, горизонтальные).

Вертикальных асимптот нет, так как нет точек разрыва.

Горизонтальных асимптот нет

$$k := \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \rightarrow 1$$

$$b := \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \rightarrow \infty$$

$$y = x + 1 \quad y = -x - 1 \quad \text{наклонные асимптоты}$$

5. Найдем промежутки монотонности (возрастания и убывания) функции и точки экстремума

$$p(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

+

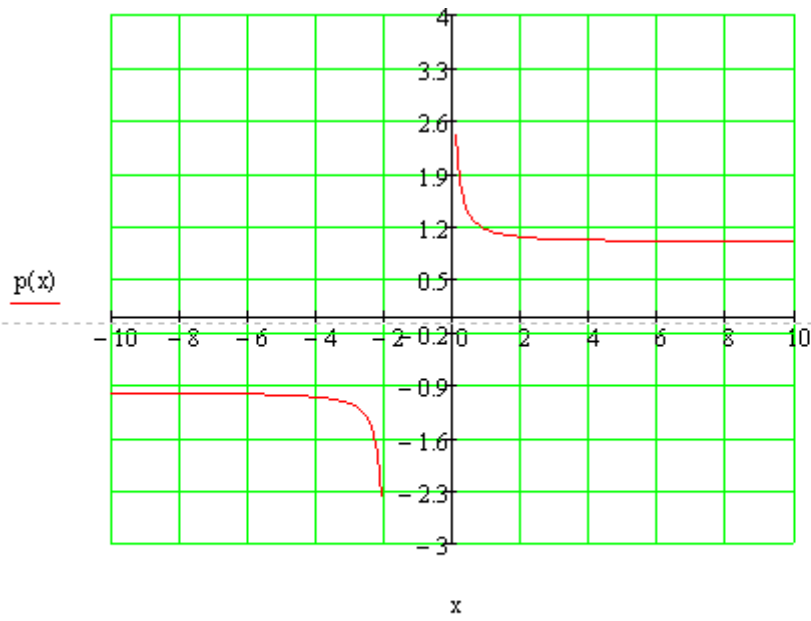
Given

$$p(x) = 0$$

Find(x) →

Производная обращается в нуль

Рисунок.8. - Фрагмент листа Mathcad



Б. Найдем промежутки выпуклости и вогнутости графика функции и точки перегиба. Для этого вычислим производную второго порядка и найдем критические точки.

$$p2(x) := \frac{d^2}{dx^2} f(x)$$

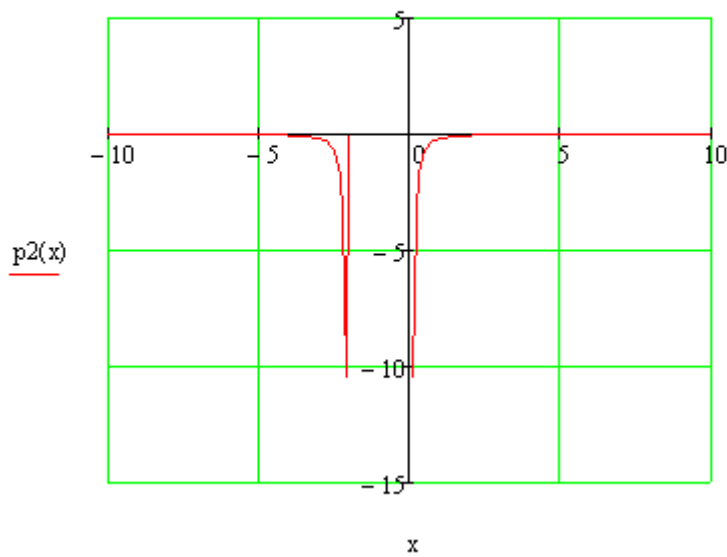


Рисунок.9. - Фрагмент листа Mathcad

Заключение

Пакет MathCAD представляет собой средство для математических расчетов и построения графиков. Он является удобным для расчетов несложных задач, но с большим объемом чисел и математических формул.

MathCAD не является языком программирования, но в него включены возможности создания программ.

MathCAD представляет собой наглядное и интуитивно понятное средство и требует знание компьютера на элементарном уровне.

MathCAD незаменим для решения каких-либо относительно несложных задач.

В результате выполненной работы, освоены основные приемы работы в пакете MathCAD.

Биографический список

1. Методические указания для практических работ
<https://lk.spmi.ru/company/personal/user>
2. Учебное пособие по дисциплине "Информатика" для студентов заочной формы обучения всех специальностей
3. Лекции по дисциплине "Введение в информационные технологии" 1 курса (лектор: Глазков)